

平成29年度
(2017年度)

東北大学大学院理学研究科
博士課程前期2年の課程
地球物理学専攻一般選抜入学試験

筆記試験問題

数物系科目： [1] - [7]

(表紙も含めて11枚)

平成28年8月24日

数物系科目

1. 数物系科目の問題は〔1〕から〔7〕まで7問ある。そのうち4問を選んで解答すること。
2. 答えは、問題ごとに別々の答案用紙に記入し、各答案用紙の上端に、問題番号（1カ所）と受験番号（1カ所）を記入すること。
3. 答えが白紙の場合でも、必ず答案用紙に問題番号と受験番号を記入して提出すること。
4. 答えには、計算の過程などの解答に至る根拠を記すこと。問題文に特に指示がある場合には、それに従うこと。
5. 問題紙、答案用紙、草案紙は持ち帰らないこと。

[1] 図1のように、質量の無視できる長さ l の糸の先についた質量 m の質点が、鉛直軸を含む平面内を運動している。糸はたわまないものとし、空気抵抗は無視できるものとする。糸の支点を O 、糸が鉛直下方となす角を θ 、重力加速度を g とする。次の問いに答えよ。

- (1) 質点の位置ベクトル \mathbf{r} 、速度ベクトル $\dot{\mathbf{r}}$ 、加速度ベクトル $\ddot{\mathbf{r}}$ を、 O を原点とする極座標系 (r, θ) の基本ベクトル \mathbf{e}_r 、 \mathbf{e}_θ を用いて表せ。なお、質点の運動にともなって \mathbf{e}_r 、 \mathbf{e}_θ も時間変化することに注意せよ。
- (2) 質点の運動方程式の r 成分と θ 成分を示せ。ただし、糸の張力を S とする。
- (3) 質点の力学的エネルギーが保存されることを示せ。ただし、 $\theta=0$ での質点の角速度を ω_0 とする。
- (4) 問題文で、糸がたわむことなく質点が運動することを仮定している。問い(2)、(3)の結果を用いて、この仮定が満たされるための ω_0 に関する条件を求めよ。
- (5) 質点が小さな振れ角で振動している。テイラー展開により $\sin \theta$ が θ の3次の項までで近似できる場合の振動の周期 T を摂動法に基づき求める。

(i) 質点の運動方程式を示せ。

(ii) 問い(i)の運動方程式に

$$\theta = A \cos(\omega t + \delta) + B \cos 3(\omega t + \delta) \quad (t \text{ は時間, } A, B, \omega, \delta \text{ は定数, } |A| \gg |B|)$$

を代入して解き、 T を上記の定数の2次の項まで用いて表せ。

必要であれば $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$ を利用せよ。

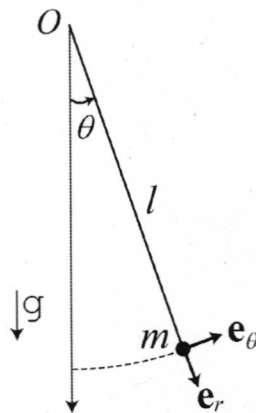


図1.

[2] 1 モルの理想気体からなる、温度および圧力が一様な系を考える。気体の温度を T 、体積を V 、圧力を P 、内部エネルギーを U 、エントロピーを S 、気体定数を R とする。また、定積モル比熱を C_V 、定圧モル比熱を C_P とし、これらの比熱は一定とする。さらに、その他の必要な量は自分で記号を定義して使用して良い。次の問いに答えよ。

(1) この系に対し図 1 に示すような循環過程を行わせた。すなわち、この気体を圧力 P_1 、体積 V_1 、温度 T_1 の状態 1 から、真空中に断熱自由膨張させたところ、圧力 P_2 、体積 V_2 、温度 T_2 の状態 2 になった。つぎに、圧力を P_2 に保ち、体積が V_1 、温度が T_3 となる状態 3 まで気体を準静的に圧縮した。最後に、体積を V_1 に保って、状態 1 まで気体を準静的に加熱した。

- (i) 状態 1 から状態 2 への変化にともない、気体の内部エネルギーはどうなったか、その理由も含め、60 字程度で説明せよ。また、温度 T_1 と温度 T_2 の関係を示せ。
- (ii) このような循環過程では、熱力学第 1 法則により、気体が吸収した熱量と気体が受け取った仕事の総和は 0 でなければならない。このことを利用して、① 式を導け。

$$C_P = C_V + R \quad \text{①}$$

- (iii) 定圧モル比熱 C_P が定積モル比熱 C_V より大きい理由を 100 字程度で述べよ。

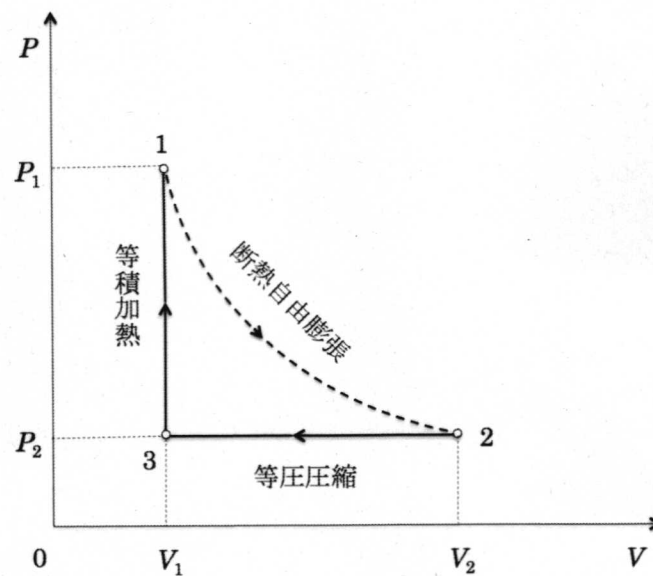


図 1.

「問題 [2] は次ページに続く」